

TD 1

Les erreurs en analyse numérique

Utiliser l'aide Matlab

1.1 Que fait la fonction Matlab *floor* ?

1.2 Comment récupérer la partie imaginaire d'un nombre complexe ?

1.3 Comment calculer les racines d'un polynôme à l'aide de Matlab ? Quel algorithme est utilisé ?

Exercice :

Les puissances de $\frac{1}{6}$ sont théoriquement générées par la suite :

$$\begin{cases} x_0 = 1 \\ x_1 = \frac{1}{6} \\ x_{n+1} = \frac{37}{6}x_n - x_{n-1}, \quad \forall n \geq 1 \end{cases}$$

Le but de cet exercice est de calculer les termes de cette suite de cinq façons différentes, puis de comparer les résultats et les temps de calculs.

Méthode 1 : On pose $V(1) = 1$, $V(2) = 1/6$. Puis on calcule dans une boucle *for* les éléments jusqu'au n^{ieme} à l'aide de la formule de récurrence.

Méthode 2 : On procède comme pour la méthode 1, mais on commence par initialiser le vecteur V au vecteur nul de taille $1 * n$.

Méthode 3 : On procède comme pour les méthodes 1 et 2 mais on utilise uniquement deux variables temporaires $t1$ et $t2$ à la place du vecteur V .

Méthode 4 : Les valeurs de la suite x_n sont calculées par récursivité. Si $n = 0$ la fonction *suite4* renvoie 1, si $n = 1$ la fonction *suite4* renvoie $\frac{1}{6}$, sinon la fonction renvoie le résultat de $\frac{37}{6}suite4(n-1) - suite4(n-2)$.

Méthode 5 : La relation matricielle suivante a lieu pour tout $n \geq 1$:

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{37}{6} & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_n \\ x_{n-1} \end{pmatrix}$$

Par conséquent :

$$\begin{pmatrix} x_n \\ x_{n-1} \end{pmatrix} = A^{n-1} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_0 \end{pmatrix}$$

où A est la matrice 2×2 de la première relation.

La méthode est alors la suivante : on définit la matrice A , on calcule A^{n-1} que l'on multiplie avec le vecteur à deux éléments x_1 et x_0 , on récupère enfin la valeur de x_n .

1) Présenter sur un premier graphique les valeurs fournies par les cinq fonctions pour n variant de 0 à 22 ainsi que les valeurs théoriques. Expliquer!

Fonctions Matlab utiles : tic, toc, figure, clf, hold on, hold off, legend, title, ...

2) Présenter sur un deuxième graphique les temps de calculs pour l'obtention de ces valeurs.

3) Présenter sur un troisième graphique les temps de calculs des termes de la forme $10.k$ pour k variant de 0 à 50 par les méthodes 1, 2, 3 et 5. Conclure.